



POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Instytut Technologii Mechanicznej

Maszyny i urządzenia technologiczne
laboratorium

Kształtowanie krzywych specjalnych

Cykl II
Ćwiczenie 3

Opracował: dr hab. inż. Piotr Fraćkowiak

SŁOWO WSTĘPNE

Krzywa jest to dowolna linia (w tym także linia prosta). Inaczej jest to zbiór punktów płaszczyzny lub przestrzeni spełniających określone równanie.

Badaniem krzywych matematycy zajmowali się już w starożytnej Grecji. Konchoidę badał po raz pierwszy Nikodemus – matematyk grecki, który żył 200 lat przed Chrystusem, a Cissoidę - Diokles żyjący w tym samym czasie. Krzywe te służyły im do rozwiązywania słynnych problemów geometrycznych, związanych z podwajaniem objętości sześcianów i trysekcji kątów, czyli dzielenia kątów na dokładnie trzy równe części.

Prawdziwy rozkwit związany z badaniem różnych krzywych nastąpił jednak w drugiej połowie XVII i pierwszej połowie XVIII wieku. Na kanwie tego leży praca Kartezjusza „Geometria”, w której przedstawił podstawy geometrii analitycznej. Pionierskie było jego spostrzeżenie, że linie na płaszczyźnie można opisać za pomocą równania wiążącego współrzędne punktu na krzywej. To zrewolucjonizowało metody badania krzywych. Okazało się, że obiekty geometryczne, takie jak krzywe, można badać metodami czysto algebraicznymi.

Następny wielki bodziec do rozwoju teorii krzywych nadszedł ze strony nowo powstałego rachunku różniczkowego i całkowego, którego twórcami w czasach nowożytnych byli Newton oraz Leibniz. Wykorzystując go, zaczęto obliczać długości krzywych, pola zamknięte przez krzywe, pola powierzchni powstałe z obrotu krzywych lub ich łuków wokół konkretnych prostych, a także objętości figur zamkniętych tymi powierzchniami.

Badania nad krzywymi były wielkim poligonem sprawdzającym skuteczność i przydatność rachunku różniczkowego, rachunku całkowego oraz równań różniczkowych.

Krzywe na płaszczyźnie zwane krzywymi specjalnymi mogą być pochodzenia mechanicznego i być definiowane przez ruch mechanizmów. Są to następujące grupy krzywych:

- **cykloidy** (cykloida, trochoida, epicykloida, kardioda, epitrochoida, hipocykloida, asteroida, hipotrochoida,
- **krzywe trzeciego rzędu** (parabola Neila, liść Kartezjusza, cysoida Dioklesa, strofoida),
- **krzywe czwartego rzędu** (konchoida, konchoida Nikomedesa, ślimak Pascala, owal Cassiniego, lemniskata Bernoulliego),
- **spirale** (spirala Archimedesa, spirala logarytmiczna, spirala hiperboliczna, pastorał, ewolwenta okręgu, klotoida),
- **inne krzywe** (rozeta, linia łańcuchowa, traktrysa, trajektoria dwuogniskowa).

Podczas ćwiczenia laboratoryjnego zostanie wykonana krzywa specjalna z grupy spiral. Będzie to ewolwenta okręgu w postaci krzywej ewolwentowej.

dr inż. Krzysztof Netter

Słowo wstępne sporządzono korzystając z materiałów:

1. **Kaczmarek B.**, *Krzywe specjalne*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1992.
2. Strona internetowa <http://www.swiatmatematyki.pl>, dostęp listopad 2017 r.

1. CEL ĆWICZENIA

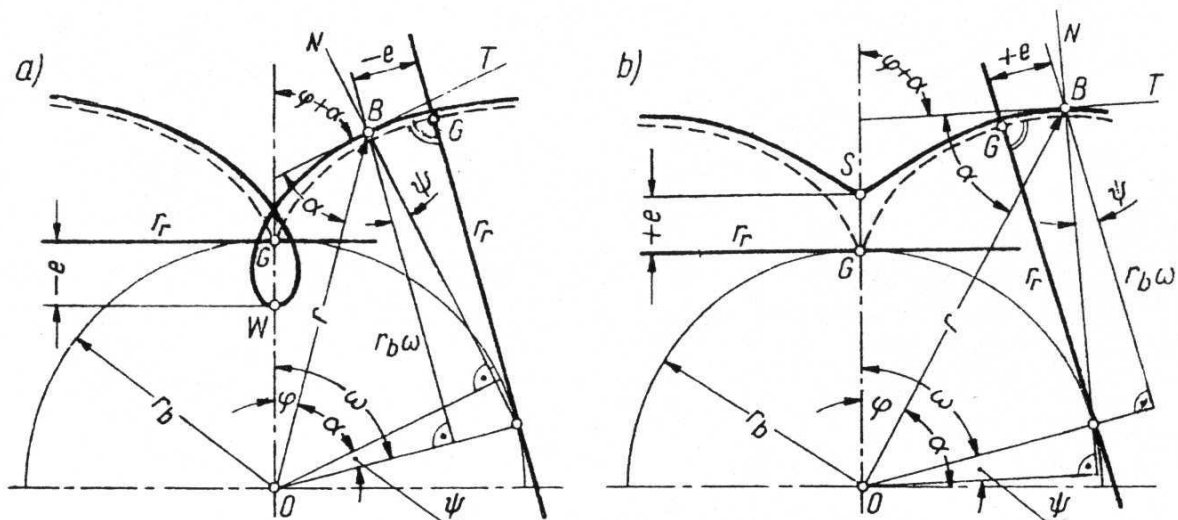
Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z sposobem nacinania linii ewolwentowej w uzębieniu czołowym na frezarce sterowanej numerycznie.

2. Podstawowe określenia i zależności linii ewolwentowej

2.1. Definicja ewolwenty – ewolwenta zwykła, skrócona i wydłużona.

W geometrii *evolwentą* nazywa się każdą krzywą zakreśloną przez punkt leżący na prostej toczącej się bez poślizgu po dowolnej krzywej zwanej *evolutą*. W przypadku, gdy ewolutą jest *okrąg*, ewolwentą jest tak zwana *evolwenta okręgu*, która dla uproszczenia w dalszej części pracy będzie zwana po prostu ewolwentą. Krzywe zakreślane przez punkt leżący w stałym położeniu poza prostą tocząca się po okręgu nazywa się *evolwentą skróconą* oraz *evolwentą wydłużoną* w zależności od sposobu powstawania.

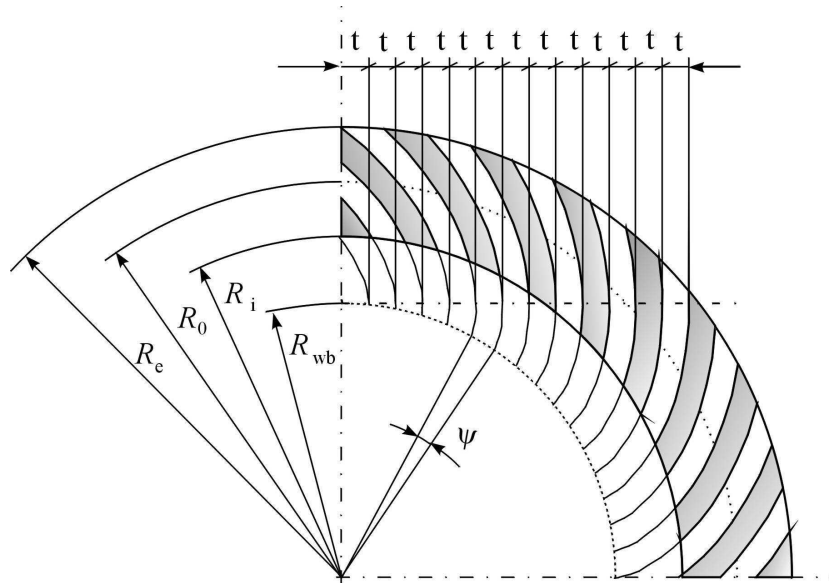
Proces powstawania ewolwenty zwykłej, skróconej i wydłużonej został przedstawiony na rys.1. Podczas toczenia się prostej r_r po okręgu zasadniczym punkt G zakreśla ewolwentę zwykłą (linia przerywana), punkt W leżący w odległości $-e$ od prostej zakreśla ewolwentę wydłużoną (rys. 1a), natomiast punkt S leżący w odległości $+e$ od prostej zakreśla ewolwentę skróconą (rys. 1b).



Rys. 1. Powstawanie ewolwenty: a) wydłużonej, b) skróconej (linią przerywaną oznaczono na obu rysunkach zwykłą ewolwentę)

Ze sposobu powstawania ewolwent wynikają następujące właściwości:

- 1) punkt N (rys.2) jest chwilowym środkiem krzywizny ewolwenty, której kształt zależy wyłącznie od promienia okręgu zasadniczego,
- 2) z jednego okręgu zasadniczego można uzyskać dowolną liczbę ewolwent, przy czym odległość między dwoma dowolnie wybranymi ewolwentami, mierzona wzdłuż wspólnej normalnej, jest wielkością stałą i równą odległości początków ewolwent mierzonych po obwodzie okręgu zasadniczego,



Rys.2. Model geometryczny uzębienia czołowego o ewolwentowej linii zębów, przekrój płaszczyzną podziałową

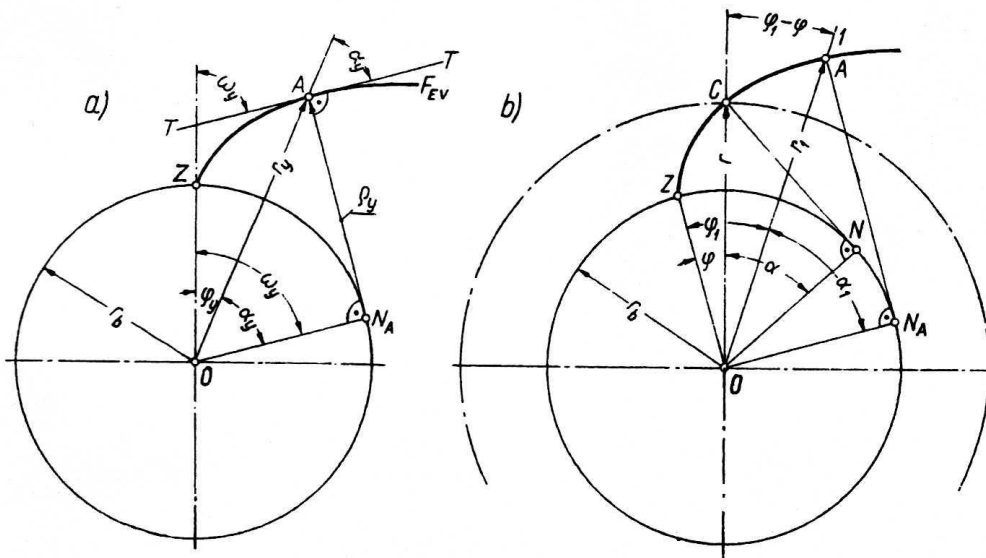
- 3) okrąg zasadniczy jako ewoluta ewolwenty jest miejscem geometrycznym środków krzywizny ewolwenty,
- 4) ewolwenty okręgów o różnych promieniach są do siebie geometrycznie podobne, to znaczy odpowiadające sobie kąty są dla wszystkich ewolwent jednakowe, a długości odpowiadających sobie odcinków, łuków, promieni itp. są proporcjonalne do promienia okręgu zasadniczego.

W przekładniach zębatych zarys ewolwentowy spełnia podstawowe wymagania stawiane w teorii mechanizmów zarysom zębów, a mianowicie zapewnia ciągłość ruchu i stałość przełożenia, czyli stałość stosunku chwilowych wartości prędkości obrotowych obu współpracujących kół.

Uzębienie czołowe, którego linią zębów jest ewolwenta zwykła, ma następujące cechy:

- ewolwentowa linia zębów jest jednoznacznie określona przez promień okręgu zasadniczego, zatem kierunek linii zęba w danym punkcie zależy od odległości tego punktu od osi uzębienia,
- głębokość wrębu (wysokość zęba) jest jednakowa na całej szerokości wieńca,
- w skojarzeniu dwóch uzębienia o przeciwnych kierunkach pochylenia linii zębów i jednakowych promieniach okręgów zasadniczych występuje styk powierzchniowy zębów we wszystkich fazach zazębienia.

Równania ewolwenty można również wyprowadzić z modelu geometrycznego przedstawionego na rysunku 2.



Rys. 3. Geometryczne zależności ewolwenty we współrzędnych biegunowych

Z rysunku 3.a,b wynikają zależności między parametrami okręgu zasadniczego i ewolwenty. Długość tworzącej AN_A (rys.3a) jest równa łukowi okręgu zasadniczego ZN_A opartego na kącie środkowym α_y .

Wynika stąd zależność

$$ZN_A = r_b (\hat{\varphi}_y + \tilde{\alpha}_y) = r_b \operatorname{tg} \alpha_y = AN_A \quad (2.1)$$

a dalej

$$\hat{\varphi}_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y = \operatorname{inv} \alpha_y \quad (2.2)$$

gdzie $\operatorname{inv} \alpha_y$ – funkcja involutowa.

Po uwzględnieniu zależności (rys.3a)

$$\widehat{\varphi}_y = \widehat{\omega}_y - \widehat{\alpha}_y \quad (2.3)$$

otrzymuje się

$$\widehat{\omega}_y = \widehat{\varphi}_y + \widehat{\alpha}_y = \operatorname{tg} \alpha_y = \frac{\rho_y}{r_b} = \frac{\sqrt{r_y^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (2.4)$$

lub

$$\widehat{\alpha}_y = \operatorname{arctg} \omega_y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{r_y^2 - r_b^2}{r_b^2}} \quad (2.5)$$

a stąd

$$\widehat{\varphi}_y = \widehat{\omega}_y - \operatorname{arctg} \omega_y \quad (2.6)$$

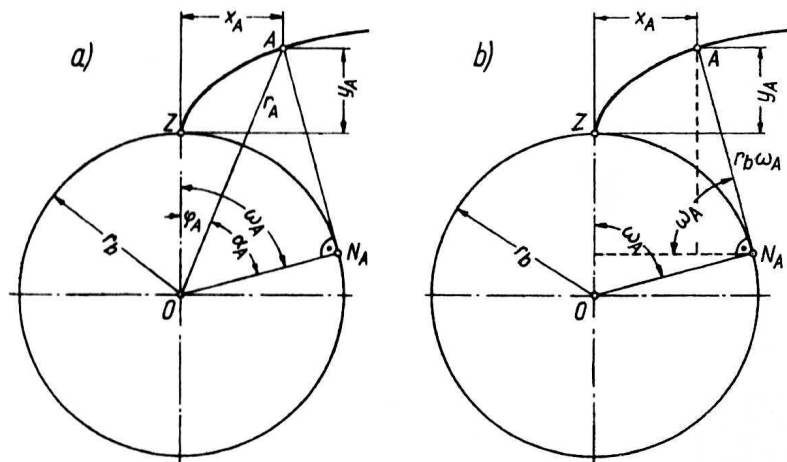
Promień krzywizny ewolwenty w punkcie A wyraża się wzorem

$$\rho_y = \sqrt{r_y^2 - r_b^2} = r_y \sin \alpha_y = r_b \operatorname{tg} \alpha_y \quad (2.7)$$

Długość promienia wodzącego oblicza się z zależności

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \quad (2.8)$$

Równania (2.2) i (2.8) wyznaczają ewolwentę we współrzędnych biegunowych (również parametrycznie z parametrem α_y). We współrzędnych prostokątnych, których początek układu pokrywa się z początkiem ewolwenty (Z), równanie parametryczne ewolwenty (z parametrem α_A) przedstawia się następująco (rys.3)



Rys. 3. Geometryczne zależności ewolwenty we współrzędnych prostokątnych [8]

$$x_a = r_A \sin \varphi_A \quad (2.9)$$

oraz

$$y_A = r_A \cos \varphi_A - r_b \quad (2.10)$$

Po podstawieniu wartości promienia wodzącego z równania (1.8) do równania (2.9) i (2.10) otrzymuje się

$$\frac{x_A}{r_b} = \frac{\sin \varphi_A}{\cos \alpha_A} \quad (2.11)$$

oraz

$$\frac{y_A}{r_b} = \frac{\cos \varphi_A}{\cos \alpha_A} - 1 \quad (2.12)$$

Równanie parametryczne ewolwenty można także napisać w innej postaci (z parametrem ω_A) wynikającej wprost z rys.1.3b

$$x_A = r_b \sin \omega_A - r_b \widehat{\omega}_A \cos \omega_A = r_b (\sin \omega_A - \widehat{\omega}_A \cos \omega_A) \quad (2.13)$$

$$y_A = r_b \widehat{\omega}_A \sin \omega_A + r_b \cos \omega_A - r_b = r_b (\cos \omega_A - \widehat{\omega}_A \sin \omega_A - 1) \quad (2.14)$$

Zgodnie z rys.1.3 wystarczy wyznaczyć położenie dwóch punktów ewolwenty, aby następnie wykreślić ją w całości (za pomocą gotowego szablonu). Współrzędne tych punktów można wyznaczyć za pomocą wzoru (2.4), wstawiając odpowiednie wartości promieni lub kątów. Tak np. współrzędne punktu leżącego na średnicy podziałowej można wyznaczyć, obliczając wartość kąta ω z równania 2.4

$$\omega = \frac{180^\circ}{\pi} \operatorname{tg} \alpha \quad (2.15)$$

3. Kształtowanie linii ewolwentowej

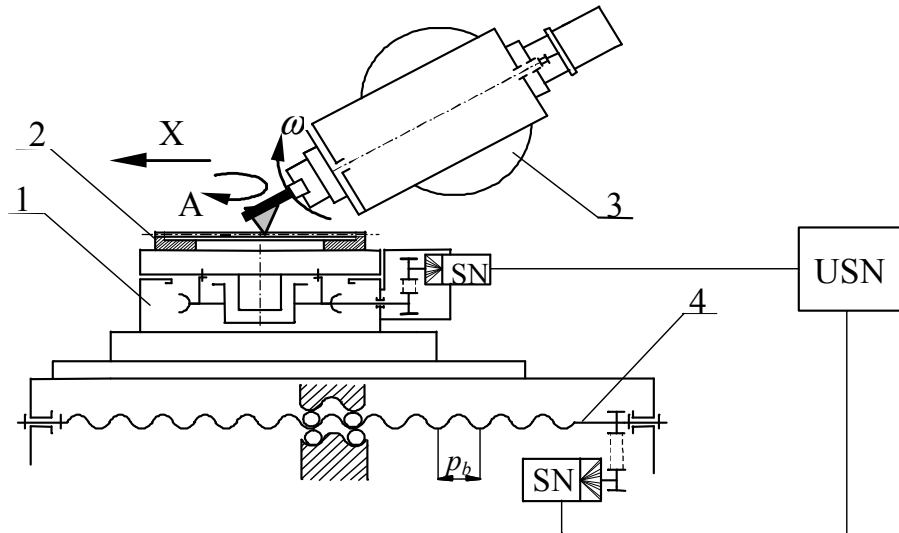
3.1. Wstęp

Uzębienia czołowe o ewolwentowej linii zęba mogą być kształtowane tylko metodami obwiedniowymi. Metody te wymagają stosowania specjalnych obrabiarek i narzędzi, ponieważ do nacinania tej linii zębów potrzebny jest ruch odtaczania.

3.2. Nacinanie linii ewolwentowej na frezarce CNC metodą z podziałem dyskretnym

Linie w wieńcu uzębienia czołowego nacinane jest metodą podziału dyskretnego (zęb po zębie) ze sterowaniem na drodze programowej wszystkich ruchów pozycjonujących. Sterowanie pracą frezarki umożliwia kształtowanie szerokiego zakresu liczby zębów i

szerokości wieńca oraz proste nastawianie zależności powiązań zespołów roboczych obrabiarki (na drodze programowej). W trakcie kształtowania jednego wrębu uzębienia o ewolwentowej linii zębów, układ sterowany synchronizuje ruch obrotowy wrzeciona przedmiotowego (stołu NC) z ruchem posuwowym. Schemat metody przedstawiono na rysunku 4.

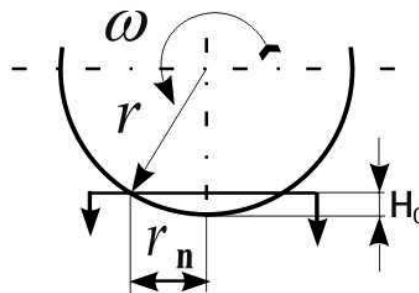


Rys. 4. Zasada kształtowania uzębień czołowych o ewolwentowej linii zębów na frezarce sterowanej numerycznie metodą podziału dyskretnego: 1 – stół obrotowy sterowany numerycznie, 2 - obrabiany wieńiec, 3 – skrzęta głowica, 4 – układ przesuwu stołu

Metoda podziałowa charakteryzuje się długim czasem nacinania uzębienia oraz mniejszą dokładnością niż metoda z podziałem ciągłym. Ten sposób kształtowania uzębienia można jednak wykorzystać do nacinania uzębienia o małej liczbie zębów.

3.3. Obliczenia technologiczne związane z pozycjonowaniem narzędzia

- obliczenie długości śladu promienia narzędzia



Rys. 5.. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia śladu krawędzi narzędzia

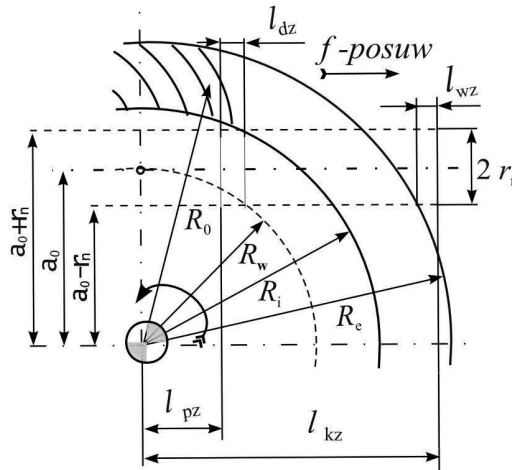
$$r_n = \sqrt{r^2 - (r - H_{0s})^2} \quad (3.1)$$

gdzie:

r – promień narzędzia,

H_0 – głębokość wrębu.

Obliczenie początkowego położenia narzędzia w osi Z



Rys. 6. Model pomocniczy do obliczenia położenia narzędzia na początku i końcu obróbki

$$l_{pz} = \sqrt{R_i^2 - (a_0 - r_n)^2} - l_{wz} \quad (3.2)$$

gdzie:

R_i – wewnętrzny promień wieńca,

a_0 – odległość osi narzędzia od osi uzębienia,

l_{wz} – dobieg (ok. 1,5 mm).

- Obliczenie położenia w osi Z, w którym zakończy się obróbka (wyłączenie obrabiarki)

$$l_{kz} = \sqrt{R_e^2 - (a_0 - r_n)^2} - l_{dz} \quad (3.3)$$

gdzie:

l_{dz} – wybieg narzędzia (około 1,5 mm).

2.4. Obliczenia związane z tworzeniem ewolwenty

- obliczenie kąta obrotu ψ_o związanego z odtaczaniem ewolwenty

Z zależności:

$$\Delta l_z = R_w \cdot \widehat{\psi}, \quad (3.4)$$

gdzie $\widehat{\psi}$ - kąt w mierze łukowej

$$\widehat{\psi} = \frac{\psi \cdot 2\pi}{360} = \frac{\psi \cdot \pi}{180}, \quad (3.5)$$

stąd

$$\Delta l_z = R_w \cdot \frac{\psi \cdot \pi}{180}, \quad (3.6)$$

po przekształceniu otrzymujemy

$$\psi_o = \frac{180 \cdot \Delta l_z}{\pi \cdot R_w}. \quad (3.7)$$

Przemieszczając narzędzie i wieniec uzębienia czołowego, według zależności opisanej równaniem 3.7, można naciąć linie ewolwentową. W trakcie kształtowania linii narzędzie znajdujące się w odległości a_o od osi uzębienie, i przemieszcza się stycznie do okręgu tocznego R_{wb} (rys.6.). Przemieszczeniu narzędzia (ruch liniowy) o wartość Δl_z odpowiada obrót wieńca o kąt ψ_o (wzór 3.7).

3.4. Stanowisko badawcze

Frezarka CNC typu FYN – 50Nd, wyposażona jest w stół obrotowy sterowany numerycznie z układem sterowania typu TNC 407 firmy Haidenhain. Sterownik Haidenhain 407 umożliwia jednoczesną interpolację w trzech osiach (liniową lub kołową w przestrzeni trójwymiarowej). Sterowanie obróbki zarysu odbywa się z cyfrowym sterowaniem prędkością. Serwonapędy w każdej osi są układami regulacji położeniowej, sterowanymi sygnałami uchybu. Posuwy w osiach X, Y, Z i A realizowane są przez cztery niezależne silniki AC sterowane impulsowo. Napęd wrzeciona wyposażony jest w układ bezstopniowej regulacji prędkości. Prowadnice zespołów roboczych wyłożone są wykładzinami z tworzywa sztucznego (turcite) o niskim współczynniku tarcia. Frezarka posiada układ centralnego smarowania, zapewniając optymalne smarowanie prowadnic i tocznych śrub pociągowych. Na wrzecionie frezarki zamocowano czujnik obrotowo-impulsowy, którego sygnały

przesyłane są do układu sterowania obrabiarki, co umożliwia sterowanie wrzecionem narzędziowym jako obrotowej osi (C).

Na tarczy stołu NC zamocowany jest pierścień, w którym będzie nacinana linia ewolwentowa. We wrzecionie frezarki CNC zamocowane jest narzędzie jednostrzowe, którym będzie nacinana linia ewolwentowa.

Program sterujący pracą obrabiarką

Poniżej przedstawiono program, oblicza kolejne punkty przemieszczeń narzędzia i stołu obrotowego z obrabianym wieńcem a następnie przemieszcza do nich zespoły robocze. Obliczenia i przemieszczenia zespołów roboczych obrabiarki znajdują się w pętli iteracyjnej. Po każdorazowym obliczeniu wartości przemieszczenia następuje przesuw zespołów roboczych do zadanego punktu kolejnego położenia. Proces kształtowania rozpoczyna się od przemieszczenia do położenia początkowego (wstępne pozycjonowanie). Po nacięciu wrębu na całej szerokości wieńca, narzędzia odsuwa od stołu NC

BEGIN PGM EWOLWENTA MM

TOOL DEF 1 R 20 DEFINICJA NARZĘDZIA – R- promień narzędzia w mm

TOOL CALL 1 Z 1200

Q1 =80 ŚREDNICA ZASADNICZA (evolwenty) - D_b [mm]

Q2 =70 ŚREDNICA WEWNĘTRZNA pierścienia - D_i [mm]

Q3 =100 ŚREDNICA ZEWNĘTRZNA pierścienia - D_e [mm]

Q4 = 0,5 GŁĘBOKOŚĆ wrębu - H_0 [mm]

Q5 = 120 LICZBA ZĘBÓW KOŁA PŁASKIEGO - z

Q6 = Q1/2 Odległość osi ślimaka od osi uzębienia - a_o

Q8 =360/Q5 PODZIAŁKA kątowa na 1 wręb (obrót uzębienia odpowiadający przemieszczeniu narzędzia o \hat{p}) elementarny obrót stołu - Ψ [°]

Q15=(Q1* π)/ Q5 JEDNOSTKOWY KĄT W MIERZE ŁUKOWEJ (podziałka normalna) - \hat{p} (odpowiada obrotowi uzębienia o kąt 360/z)

Q14 = 0 Położenie początkowe stołu obrotowego

FN0 Q16 = 10 Położenie POCZĄTKOWE W OSI Z

FN0 Q17 = 100 Położenie KOŃCOWE W OSI Z

L A Q14 RO F MAX

LZ Q16 RQ F MAX Przemieszczenie do położenia początkowego w osi Z

L Y Q6 RQ F500	Przemieszczenie do położenia początkowego w osi Y
Q20 = Q16	Zmienna pomocnicza wykorzystywana w pętli do sprawdzania warunku ukończenia procesu nacinania 1 wrębu
Q21 = Q14	
LBL1	Etykieta
LX 4 RQ F MAX M3	Przemieszczenie do punktu początkowego w X (głębokość wrębu)
LBL2	
L IZ Q15 IAQ8 F300	KSZTAŁTOWANIE ewolwenty (stół NC z wieńcem obraca się o kąt Q8 a oś liniowa wykonuje przemieszczenie równe długości łuku okręgu zasadniczego opisanego kątem Q8 – zasada odwijania nici)
Q20 = Q20 + Q15	
FN12 IF Q20 LT Q17 GOTO LBL2	PĘTLA - wykonywanie programu aż do zakończenia kształtowania jednego zęba skok do etykiety LBL2 jeśli narzędzie nie wyjdzie z obrabianego wieńca
Q21 = Q21 + Q8	Obliczenie kolejnego położenia tarczy stołu obrotowego NC z uzębieniem
LX - 4 RQ F 2000	ODJAZD NARZĘDZIA OD OBRABIANEGO WIEŃCA PO WYKONANIU 1 ZĘBA
LZ Q18 A Q21 RQ F MAX	Pozycjonowanie w położenie początkowe osi Z oraz tarczy stołu NC w pozycje do nacinania kolejnego wrębu
CALL LAB 1 REP 119/119	nacinanie kolejnych zębów – w sumie 1+ 119 = 120
LX-30 RQ F MAX M2	KONIEC NACINANIA UZĘBIENIA
END PGM SPIROID MM	

Powyższy program został napisany z wykorzystaniem programowania z parametrem Q. Umożliwia on kształtowanie dowolnego uzębienia o ewolwentowej linii zębów przez wprowadzenie odpowiednich parametrów obrabianego uzębienia (parametry Q od 1÷5 i 16-17), oraz liczby nacinanych wrębów REP ... pomniejszonych o 1.

4. PRZEBIEG ĆWICZENIA

Na stanowisku badawczym należy naciąć wręby o ewolwentowej linii o różnych okręgach zasadniczych.

Na podstawie: średnicy zasadniczej (okręgu tocznego z którego otaczana jest ewolwenta), promieni pierścienia (wewnętrznego R_i i zewnętrznego R_e), głębokości wrębu (np.: 0,2 mm) oraz promienia narzędzia ($r = 19$ mm). należy:

- dokonać pomiarów wieńca, w którym będzie nacinana linia ewolwentowa,
- zamocować wieńiec na tarcz stołu NC
- obliczyć początkowe i końcowe położenie narzędzia,
- wprowadzi dane parametry uzębienia i obliczone wielkości do programu obrabiarki,
- ustalić punkt zerowy nacinanego uzębienia według instrukcji znajdującej się przy obrabiarce,
- przeprowadzi nacinania wrębu o ewolwentowej linii zębów, **(PO SPRAWDZENIU POPRAWNOŚCI I USTAWIENIA PRZEZ PROWADZĄCEGO).**

5. SPRAWOZDANIE

Sprawozdanie powinno zawierać:

- temat oraz datę wykonania ćwiczenia, oznaczenie grupy;
- nazwisko osoby wykonującej ćwiczenie;
- cel ćwiczenia;
- schemat stanowiska badawczego (poglądowy szkic 3D);
- opis wykonywanych czynności;
- wypełniona karta z programem i obliczeniami pomocniczymi – dołączona do instrukcji
- wnioski.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Co to jest ewolwenta?
2. Jakie są rodzaje ewolwent?
3. Wymień właściwości ewolwenty.
4. Wymień właściwości uzębienia o ewolwentowej linii zębów.

Literatura

1. Grajdek R.: Uzębienia czołowe. Podstawy teoretyczne kształtowania i nowe zastosowania. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2000 r.
2. Müller L.: Przekładnie zębate – projektowanie, 1996 r.

BEGIN PGM EWOLWENTA MM

TOOL DEF 1 L0 R 20

TOOL CALL 1 Z 1200

Q1	=	_____	_____	- D_b [mm]
Q2	=	_____	_____	- D_i [mm]
Q3	=	_____	_____	- D_e [mm]
Q4	=	_____	_____	- H_0 [mm]
Q5	=	_____	_____	- z
Q6	=	$Q1/2$		- a_o [mm]

$Q8 = 360/Q5$

$Q15 = (Q1 * \pi) / Q5$

$Q14 = 0$

FN0 Q16	=	_____	_____	- l_{pz}
----------------	---	-------	-------	------------

FN0 Q17	=	_____	_____	- l_{kz}
----------------	---	-------	-------	------------

L A Q14 RO F MAX

LZ Q16 RQ F MAX

L Y Q6 RQ F500

$Q20 = Q16$

$Q21 = Q14$

LBL1

LX 6 RQ F MAX M3

LBL2

L IZ Q15 IA Q8 F300

$Q20 = Q20 + Q15$

FN12 IF Q20 LT Q17 GOTO LBL2

$Q21 = Q21 + Q8$

LX - 4 RQ F 2000

LZ Q18 A Q21 RQ F MAX

$Q20 = Q20 + Q21$

$Q13 = Q8$

CALL LAB 1 REP

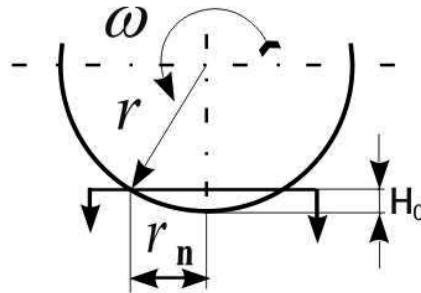
liczba wrębów

LX-30 RQ F MAX M2

END PGM SPIROID MM

Obliczenia pomocnicze

- obliczenie długości śladu promienia narzędzia



$$r_n = \sqrt{r^2 - (r - H_0)^2} \quad (3.1)$$

gdzie:

$r =$ mm promień narzędzia - patrz program

$H_0 =$ mm

$r_n =$

- obliczenie początkowego położenia narzędzia w osi Z

$$l_{pz} = \sqrt{R_i^2 - (a_0 + r_n)^2} - l_{wz}$$

$R_i =$ mm $a_0 =$ mm $l_{wz} = 1,5$ mm

$L_{pz} =$

- obliczenie położenia w osi Z, w którym zakończy się obróbka (wyłączenie obrabiarki)

$$l_{kz} = \sqrt{R_e^2 - (a_0 - r_n)^2} + l_{dz}$$

$l_{dz} = 1,5$ mm.

$l_{kz} =$